

전자식 안정기의 전달함수

A Transfer Function of High Frequency Electronic Ballasts

Dr. Chi Hwan Lee www.pwm.pe.kr

ABSTRACT

This paper proposed a transfer function of a frequency-controlled resonant inverter for output power control. The inverter is modeled as an equivalent circuit by using Phasor transformation. A transfer function is derived from the equivalent circuit that contains cross-coupled nonlinear parts. By simulation of the circuit, the transfer function can be approximated as a linear first-order function. The proposed transfer function is verified through comparison of experimental and simulation results.

1. 서 론

공진형 인버터는 오랫동안 사용해온 장치이며 최근에는 직류전원에도 적용되고 있다. 공진형 인버터는 직류단의 입력전압을 조절하여 출력을 제어하는 구조와 구동 주파수 조절로 제어되는 구조가 일반적이다. 제어기의 입장에서 구동 주파수 변경이 가장 단순하며 안정된 특성을 가진다.^[1] 전자식 안정기에 채용되는 주파수 제어형 공진 인버터는 램프전류를 순시적으로 제어한다.^[2] 주파수 제어형 공진 인버터는 상호결합된 비선형으로 모델링되므로 전달함수를 구할 수 없었다. 전류제어기는 실험적으로 선정하는 것이 관례이다.

공진형 인버터에서 구동주파수 변화는 전류의 진폭변화로 나타난다.^[3] Phasor 변환을 이용하여 공진 회로를 모델링하면 L, C는 리액티브 요소와 복소저항의 성분으로 나타나며 구동 주파수가 일정한 경우 해석이 가능하다.^[4] 주파수 변동이 존재하는 경우 복소 phasor 변환을 이용하여 등가회로를 구성할 수 있다. 복소 phasor 변환으로 2차의 RLC 공진회로는 4차의 상호결합된 비선형으로 표현된다. 이 등가회로는 엔벨로프 응답을 시뮬레이션으로 계산하는데 매우 유용하다. 복소 변수의 사용으로 전달함수를 직접적으로 구하는 것은 어려우며 시뮬레이션 결과로부터 보드선도를 구하고 간접적인 방법으로 전달함수를 결정하였다.

본 논문에서는 복소 phasor 변환을 기초로한 주파수 제어형 공진 인버터의 전달함수를 제안한다. 복소 phasor 변환에 따른 RLC 직렬 공진회로의 등

가회로로 부터 저항성분과 복소저항성분으로 분리하고 상태방정식을 만든다. 상태 방정식으로부터 얻어진 전달함수는 상호결합된 비선형으로 나타난다. 상태공간 방정식을 시뮬레이션하여 각 변수의 거동을 관찰하고 극점과 영점의 변화를 통해 전달함수를 간략화한다. 얻어진 전달함수는 시스템의 동특성과 내부 구성요소를 모두 나타내었다. 제안된 전달함수와 실제 RLC 직렬 공진회로를 통해 타당성을 검증하였다.

2. 등가회로 모델링 및 전달함수

변조된 아날로그 신호는 아래의 일반적인 식으로 서 설명될 수 있다.

$$u(t) = U_1(t) \cos(\omega_c t) - U_2(t) \sin(\omega_c t) \quad (1)$$

$U_1(t)$ 와 $U_2(t)$ 는 변조신호이고 ω_c 는 구동주파수이다. 식(1)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$u(t) = \text{Re}[(U(t) - jU_2(t)) \cdot \exp(j\omega_c t)] \quad (2)$$

식(2)는 $u(t)$ 가 크기와 위상을 가진 페이지로서 표현 가능하다는 것을 나타낸다. 합성된 페이지 $U(t)$ 와 $I(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{U}(t) &= U_1(t) - jU_2(t) \\ \vec{I}(t) &= I_1(t) + jI_2(t) \end{aligned} \quad (3) (4)$$

그리고, 등가회로는 L, C 그리고 R의 페이지 변동으로 관찰된다. 인덕터는 유도성분 L과 허수저항 $j\omega_c L$ 의 직렬, 커패시터는 용량성분 C와 허수저항 $1/(j\omega_c C)$ 의 병렬, 그리고 저항성분 R은 저항성분 R로 나타난다. 따라서, 페이지 도메인에서 등가회로는 허수저항과 L, C, 그리고 R로 구성된다. 그림 2에서 각각의 회로는 행렬로 표현된다

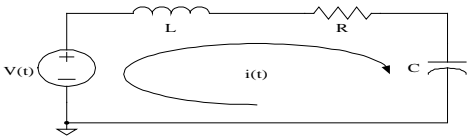


그림 1 전압원 구동 RLC 회로
Fig. 1 Original RLC circuit driven by a voltage source

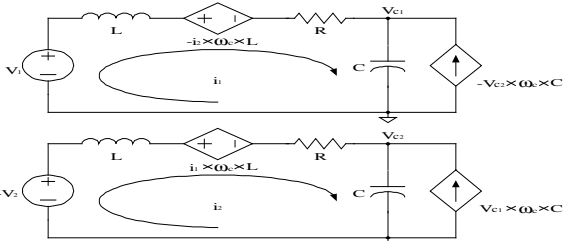


그림 2 Phasor 변환한 상호결합 등가회로
Fig. 2 Cross-coupled equivalent circuits based Phasor transformation

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R}{L} & \frac{1}{L} & \omega_0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 & -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\omega_0 & \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} V_1 \\ 0 \\ -\frac{1}{L} V_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

등가회로의 상태방정식을 유도, 행렬로 표현하면

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R}{L} & \frac{1}{L} & \omega_0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 & -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\omega_0 & \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} V_1 \\ 0 \\ -\frac{1}{L} V_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

이고, $I = \sqrt{I_1(s)^2 + I_2(s)^2}$ 이며 출력 방정식은 아래의 식으로 정의된다.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$L_1(s)$ 와 $L_2(s)$ 를 유도하면 다음과 같다. 단, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ 이다.

$$I_1(s) = \frac{\frac{1}{L} V_1}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} = \frac{\frac{1}{L} V_1}{s^2 + \frac{R}{L}s + \omega_0^2} \quad (13)$$

$$I_2(s) = \frac{-\frac{1}{L} V_2}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} = \frac{-\frac{1}{L} V_2}{s^2 + \frac{R}{L}s + \omega_0^2} \quad (14)$$

주파수 변조 전압원은 다음과 같이 정의된다. 단, beta 는 변조지수이다.

$$v(t) = A \cos[\omega_m t + \frac{\beta}{\omega_m} \sin(\omega_m t)] \quad (7)$$

그림 1의 등가회로는 일반적으로 말하는 전압 폐이저에 의해 동작된다.

$$v(t) = A \cos[\frac{\beta}{\omega_m} \sin(\omega_m t)] + A \sin[\frac{\beta}{\omega_m} \sin(\omega_m t)] \quad (8)$$

또한, 식(8)은 실수와 허수로 나누어진다.

$$V_1 = A \cos[\frac{\beta}{\omega_m} \sin(\omega_m t)] \quad (9)$$

$$V_2 = -A \sin[\frac{\beta}{\omega_m} \sin(\omega_m t)] \quad (10)$$

그림 3은 공진전류의 엔벨로프와 순시전류 파형을 보인다.

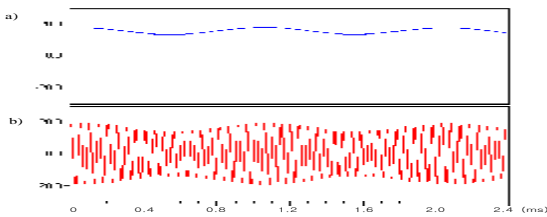
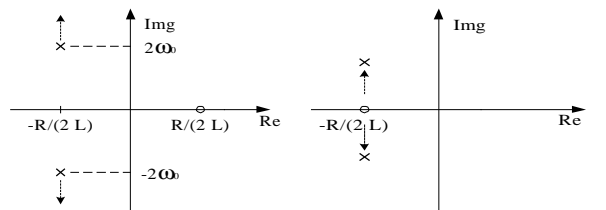
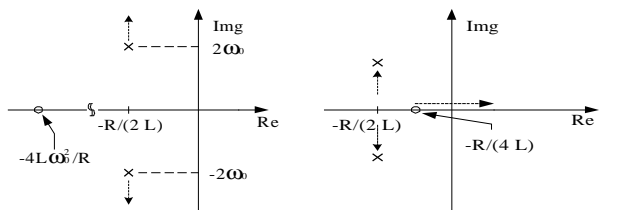


그림 3 공진전류 파형 a)엔벨로프, b)순시전류 (단위 A)
Fig. 3 Current waveforms a)envelope, b)instantaneous



a)poles and zeros of U1



b)poles and zeros of U2

그림 4 영점과 극점

Fig. 4 Zeros and poles

식(13)에서 입력 $U_1(s)$ 와 $U_2(s)$ 의 영점과 극점을 살펴보면 다음과 같다. 그림 4a)에서, 모든 극점들은 동일한 실수값을 가지며 각각 2, 3사분면쪽으로 나아간다. 또한, 영점은 구동주파수 변화에 아주 미약할 정도의 움직임을 보인다. 그림 4b)에서, 극점의 변화는 동일하고, 영점 역시 거의 움직이지 않는다. 다만, 오른쪽 그림의 영점은 아주 작은 주파수 변화에 $+\infty$ 방향으로 나아간다. 이 영점으로 인해 응답모양이 약간의 오버슈트를 가질 것이다.

식(13)의 입력성분에 따른 크기를 비교해보면, $U_1(s)$ 성분은 $1/2L$ 이고, $U_2(s)$ 성분은 $R/\{4L^2\omega_0\}$ 이다. $Q \gg 1/4$ 조건에서는 $1/2L \gg R/\{4L^2\omega_0\}$ 이므로 다음과 같이 근사화된다.

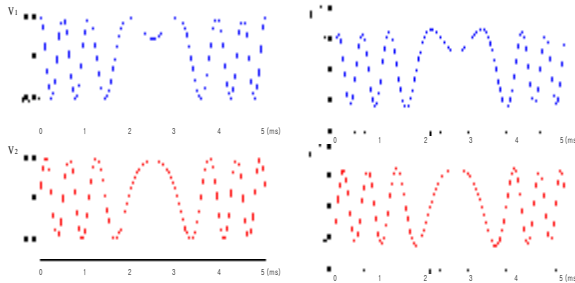
$$I_1(s) = \frac{1}{L} \left[\frac{U_1(s)}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} + \frac{U_2(s)}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \right] \quad (15)$$

$$I_2(s) = \frac{1}{L} \left[\frac{U_1(s)}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} + \frac{U_2(s)}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \right] \quad (16)$$

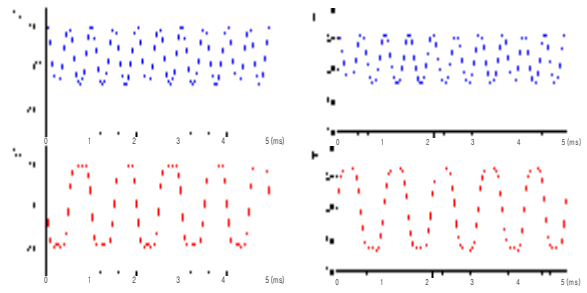
그림 5는 변조 주파수 변화에 따른 전압과 전류의 엔벨로프파형을 나타내었다. 식(15)(16)과 같이 $I_1(t)$ 는 $V_1(t)$ 에 그리고 $I_2(t)$ 는 $V_2(t)$ 에 의존한다. 또한, 각각의 전류를 비교해 볼 때, $I_2(t)$ 의 진폭변화가 지배적임을 볼 수 있다. 따라서, 전류는 다음과 같이 근사화된다.

$$I_2(s) \approx \frac{1}{L} \left[\frac{U_2(s)}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \right] \quad (17)$$

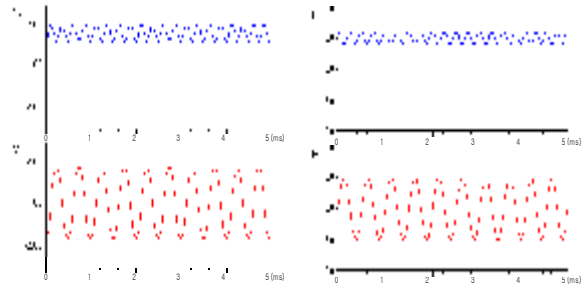
그림 6은 직렬공진회로의 구동주파수에 따른 전류 엔벨로프의 응답 보드선도이다.



a) $f_m = 100\text{Hz}$



b) $f_m = 1000\text{Hz}$



c) $f_m = 2000\text{Hz}$

그림 5 전압과 전류 엔벨로프
Fig. 5 Voltage and current envelopes

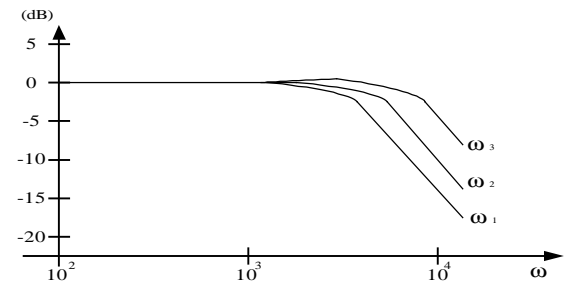


그림 6 구동주파수 변화에 따른 전류 보드선도
Fig. 6 Bode plots of output currents

그림 6을 통해 알 수 있듯이, 영점으로 인한 최대치가 3dB 이내에 있으므로 무시할 수 있다. 또한, 극점이 점점 멀어지는 모습을 볼 수 있으며, 기울기는 약 -20dB/decade 이다. 또한, 식(17)에서 분모의 항을 비교해보면, 극점의 허수값이 거의 2배 $(\omega_c + \omega_0) \gg (\omega_c - \omega_0)$ 정도의 차이를 보인다. 만약, 구동주파수가 공진주파수와 같다면 진동은 없으므로 극점은 1개만 나타난다. 따라서, 그림 6에 나타난 형태를 통하여 식을 더욱 간략해 보면, 출력 전류는 아래와 같다.

$$U_2(s) = \frac{1}{2L} \left\{ \frac{s + \frac{R}{2L}}{(s + \frac{R}{2L})^2 + (\omega_c - \omega_0)^2} \right\} U_1(s) \quad (18)$$

따라서, 주파수 변화에 대한 소신호 전류의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{\Delta I(s)}{\Delta \omega_c} = K \left\{ \frac{s + \frac{R}{2L}}{(s + \frac{R}{2L})^2 + (\omega_c - \omega_0)^2} \right\} \quad (19)$$

여기서 k는 비례상수이다. 출력 전류 엔벨로프의 직류성분은 RLC 직렬 공진곡선을 통해 규준화되어 있다. 그 크기는 아래와 같다.

$$I_{DC} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (20)$$

또한, 출력 전류의 소신호 진폭은 공진곡선의 기울기이므로 그 크기는 다음과 같다.

$$|I_{AC}| = \frac{(\omega_c^4 - \omega_0^4)}{\omega_c^4 + \left(\left(\frac{R}{L} \right)^2 - 2\omega_c^2 \right) \omega_c^4 + \omega_c^4} \quad (21)$$

따라서, 주파수 제어형 공진 인버터의 전체 전달함수는 다음의 블록 다이어그램을 통해 정의된다.

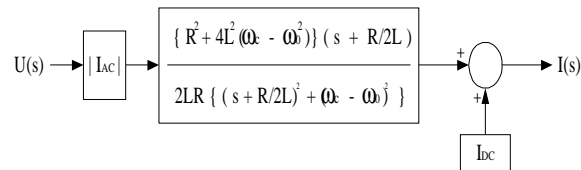


그림 7은 실제 RLC 직렬회로의 출력전류와 전달함수의 전류 엔벨로프 파형을 나타낸다. 단위계단 입력 1kHz 주파수 변동에 대한 전류의 응답이다. 실험과 시뮬레이션의 파형이 거의 같음을 알 수 있다.

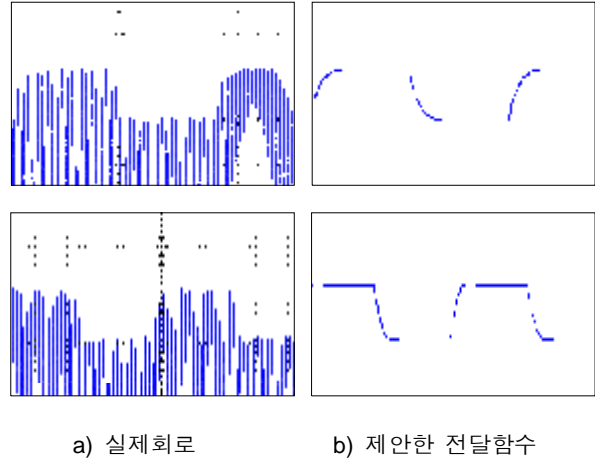


그림 7 실험과 전달함수의 엔벨로프 파형.
Fig. 7 Step responses of experimental and the transfer function simulation

3. 결 론

본 논문에서는 주파수 제어형 공진 인버터의 전달함수를 제안하였다. 복소 phasor 변환에 따른 RLC 직렬 공진회로의 등가회로로 상호결합된 비선형 상태방정식을 만든다. 상태공간 방정식을 시뮬레이션하여 각 변수의 거동을 관찰하고 극점과 영점의 변화를 통해 전달함수를 간략화하였다. 제안된 전달함수와 실제 RLC 직렬 공진회로를 통해 타당성을 검증하였다. 주파수 제어형 공진 인버터의 전류제어기 설계에 유용하게 사용될수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] R.L. Steigerwald, "High-frequency resonant transistor DC-DC converters," IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. IE-31, pp. 182-190, May 1984..
- [2] B.C. Pollard and R.M. Nelms, "Using the series parallel resonant converter in capacitor charging applications," in Proc. IEEE APEC'92, 1992, pp. 731-737.
- [3] S. Ben-Yaakov, S. Glzman and R. Rabinovici, "Envelope Simulation by SPICE-Compatible Models of Linear Electric Circuits Driven by Modulated Signals," IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 37, No.2, March/April. 2001, pp. 527-533.
- [4] C.T. Rim and G.H. Cho, "Phasor transformation and its application to the DC/AC analyzes of frequency phase-controlled series resonant converter(SCR)," IEEE Trans. Power Electron., Vol. 5, pp. 201-211, Apr 1990.